



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ CLUJ 20.02.2026 CLASA a VIII-a

Subiectul 1. (25 puncte)

Fie trei numere reale, pozitive și nenule x, y și z .

- a) Demonstrați că $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$.
- b) Dacă $x + y + z = 1$, demonstrați că $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} + \frac{z}{1-z} \geq \frac{3}{2}$.

stud. Rareș-Andrei Cotoi, Facultatea de Matematică și Informatică UBB Cluj-Napoca

Subiectul 2. (25 puncte)

Fie $a, b, c > 0$ care verifică relația $3a + 2b - c = 2026$ și $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} \leq \frac{2026}{4}$.

- a) Arătați că $\frac{a^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq a$.
- b) Aflați numerele a, b, c cu proprietățile din enunț.

Adaptare după Supliment GM nr.9/2025

Subiectul 3. (20 puncte)

Scrieți numărul $n = 100 \cdot 102 \cdot 108 \cdot 110 + 101 \cdot 103 \cdot 107 \cdot 109 + 100$ ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.

prof. Sorin Borodi, Școala Gimnazială "Ion Creangă" Cluj-Napoca

Subiectul 4. (20 puncte)

Se consideră o piramidă patrulateră regulată SABCD cu muchia bazei $AB=24$ cm și muchia laterală $SA=12\sqrt{3}$ cm. Fie M mijlocul segmentului BC și T punctul situat pe DC pentru care suma $ST+TM$ este minimă. Aflați lungimea segmentului CT.

Supliment GM nr.9/2025